Procesamiento Digital de Señales

Laboratorio N°2

Integrantes:

-Cabeza, Miguel Augusto

-Matienzo, Lucca Nicolás

-Villafañe, María de los Ángeles

### Índice

Contenido

[Índice 1](#_Toc196735231)

[Actividad 1 2](#_Toc196735232)

[Actividad 2 4](#_Toc196735233)

[Actividad 3 5](#_Toc196735234)

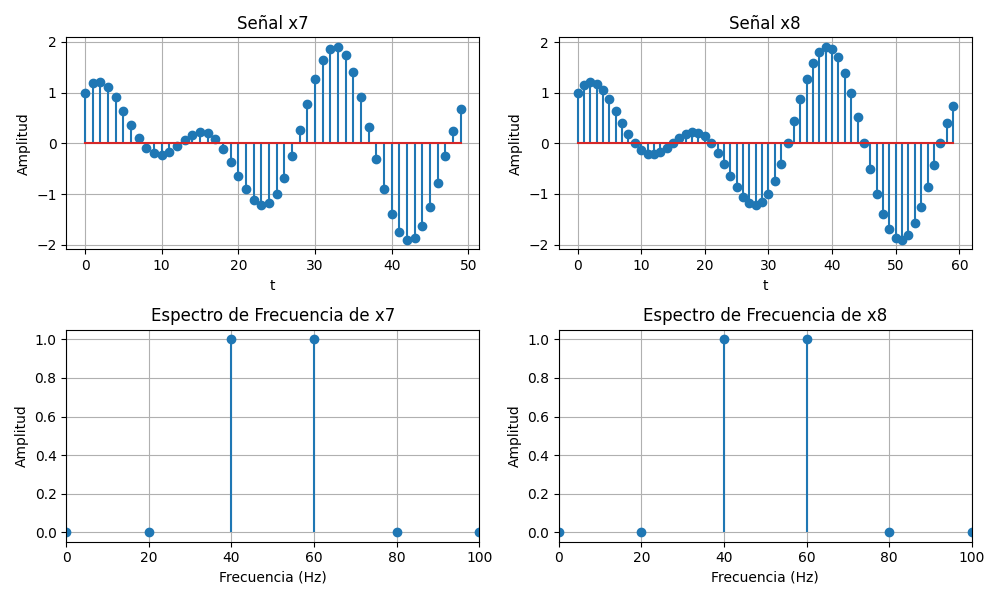
[Actividad 4 5](#_Toc196735235)

[Actividad 5 5](#_Toc196735236)

### Actividad 1

Aplicando la Transformada Rápida de Fourier (FFT) encontrar la Serie de Fourier de Tiempo Discreto de las señales periódicas de tiempo discreto 𝑥7[𝑛] y 𝑥8[𝑛] obtenidas en la Práctica de Laboratorio N°1.  
Indicar la relación entre la Serie de Fourier de Tiempo Discreto obtenida con la Serie de Fourier correspondiente a la señal periódica de tiempo continuo:

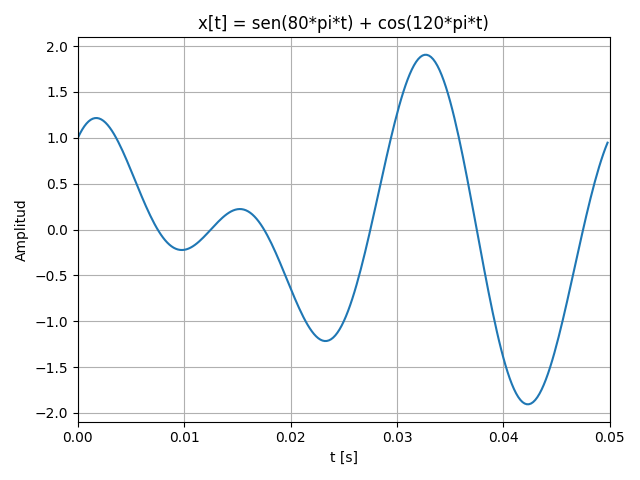
𝑥(𝑡) =𝑠𝑒𝑛𝑜(80𝜋𝑡)+cos(120𝜋𝑡)



Observamos que ambas señales (x7 y x8) tienen las mismas componentes armónicas de 40 y 60 hz con misma amplitud. Esto es porque ambas señales se generan a partir de la mismas suma de ondas senoidales diferenciándose solamente en el tiempo de muestreo.

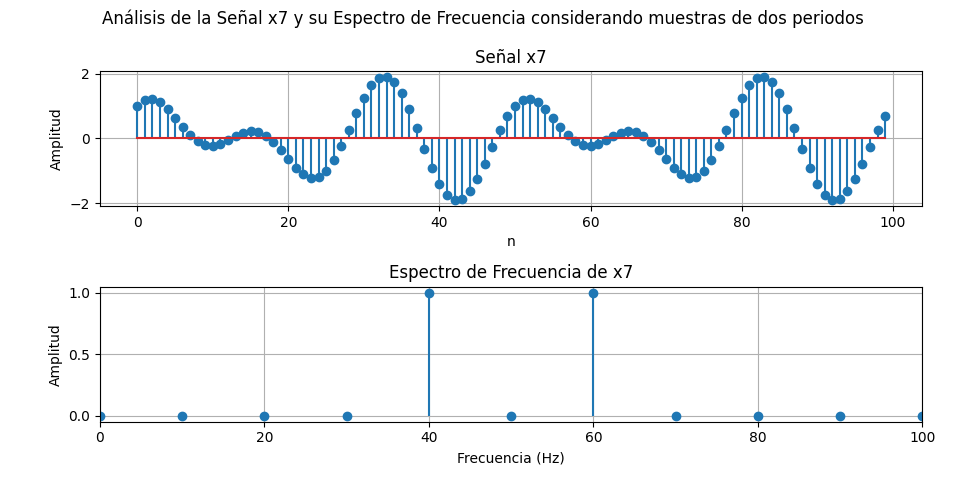
A partir de la función x(t) planteada en el enunciado, podemos extraer la frecuencia en Hz de ambos términos de la suma sabiendo que: . Entonces x(t) es una suma de ondas senoidales de 40 y 60 Hz. Debido a la forma en que esta expresada la función, ya se conoce el resultado de aplicarle la Serie de Fourier. Asimismo, como los coeficientes de ambos términos es igual a 1. Entonces el espectro de frecuencia de la señal x(t) en efecto, es idéntica al espectro de frecuencias de x7 y x8 expresado en las gráficas.

Por último, si graficamos la función x(t) de tiempo continuo. Podremos observar que la forma de onda sigue perfectamente el patrón de puntos discretos de x7 y x8. Por lo cual podemos asumir que x(t) es igual a la función de origen de donde se obtuvieron las muestras de x7 y x8.



### Actividad 2

Analizar la Serie de Fourier de Tiempo Discreto obtenida para la señal 𝑥7[𝑛], si en lugar de considerar el periodo fundamental 𝑁 se considera el periodo 𝑁′ =2. 𝑁

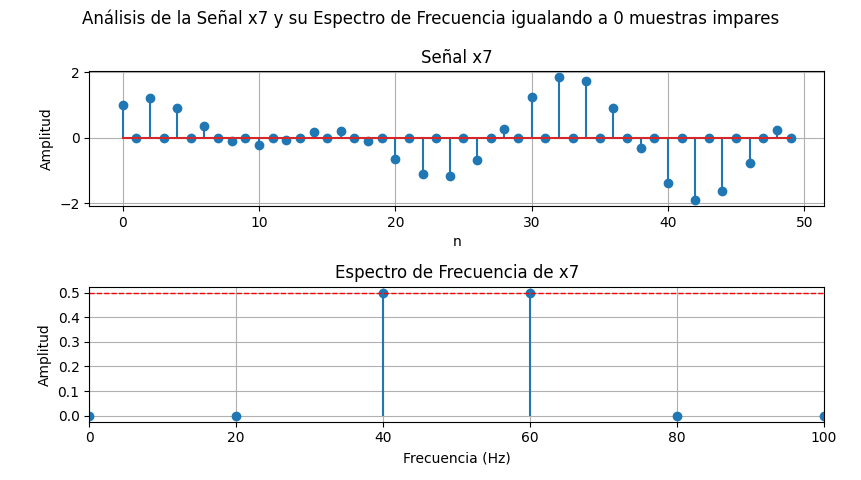


A través de Python aplicamos el algoritmo FFT que es una implementación de la DFT (Transformada discreta de Fourier) ya que aplicado a un periodo u otro numero finito de muestras, se obtiene un resultado equivalente al análisis de la serie de Fourier de tiempo discreto. Podemos observar que, si tomamos 2 periodos de la señal, el espectro de frecuencias no se ve alterado.

### Actividad 3

A partir de la señal periódica de tiempo discreto 𝑥7[𝑛] se obtiene la señal 𝑥9[𝑛] intercalando valores nulos entre cada muestra:

  
Analizar la Serie de Fourier de Tiempo Discreto obtenida para la señal 𝑥9[𝑛]



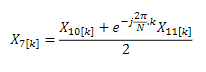
En este caso se observa un cambio en el espectro de frecuencias. La amplitud de las componentes armónicas se redujo a la mitad. Tiene sentido considerando que se anuló la energía contenida en la mitad de los puntos de medición y esta reducción de energía se distribuye uniformemente en las componentes.

### Actividad 4

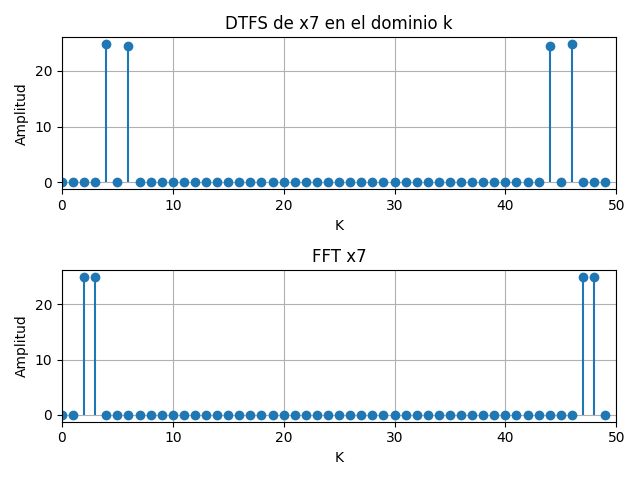
A partir de la señal periódica de tiempo discreto 𝑥7[𝑛] se obtiene las señales 𝑥10[𝑛] y 𝑥11[𝑛]:



Verificar que la Serie de Fourier de Tiempo Discreto correspondiente a la señal 𝑥7[𝑛], 𝑋7[𝑘], puede obtenerse como:



Donde:   
• 𝑁 es el periodo fundamental de 𝑥7[𝑛]   
• 𝑋10[𝑘] es la Serie de Fourier de Tiempo Discreto correspondiente a la señal 𝑥10[𝑛]   
• 𝑋11[𝑘] es la Serie de Fourier de Tiempo Discreto correspondiente a la señal 𝑥11[𝑛]   
Nota: tomar dos periodos de 𝑋10[𝑘] y 𝑋11[𝑘]



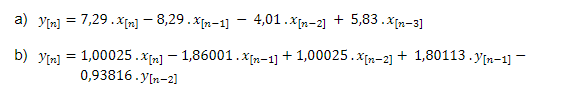
En el gráfico superior se muestra la magnitud de la secuencia de números complejos obtenida a partir de la expresión alternativa planteada. Debido al número de muestras consideradas (correspondientes a dos períodos), se obtienen exactamente 50 coeficientes. En el gráfico inferior, se presenta el mismo resultado, pero calculado aplicando el algoritmo FFT a un solo período de la señal x7x\_7x7​, obteniéndose también 50 coeficientes.

Dado que el objetivo de esta actividad es únicamente comparar los resultados, no es necesario calcular el vector de frecuencias. Se observa que ambos resultados son similares, aunque no idénticos. Si bien lo esperado era que coincidieran exactamente, las pequeñas diferencias pueden atribuirse a las imprecisiones propias del cálculo de cada coeficiente en aritmética de punto flotante

### 

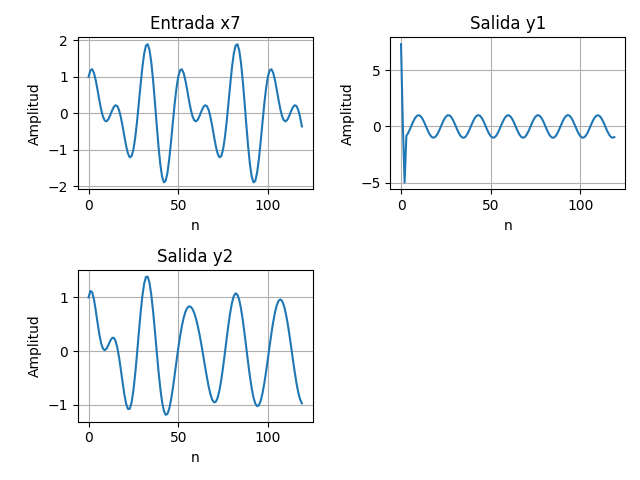
### Actividad 5

Dado los sistemas de tiempo discreto:



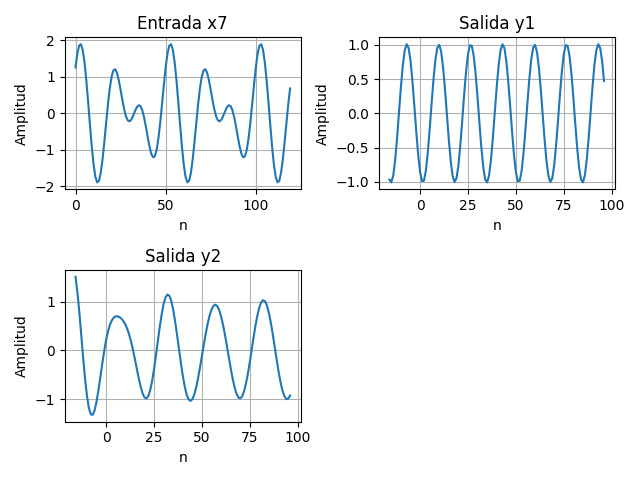
i) Desarrollar una función que implemente el sistema.   
ii) Utilizando la función desarrolla encontrar la señal de salida del sistema cuando se aplica a la entrada la señal 𝑥7[𝑛]   
iii) Utilizando la función desarrollada en la Práctica de Laboratorio N°1 determinar si la señal de salida es periódica.   
iv) Utilizando la función desarrollada en la Práctica de Laboratorio N°1 determinar si la señal de salida es periódica si se considera los valores del intervalo −18≤𝑛≤96.   
v) Verificar que el sistema es lineal.

Implementación de la función y1 e y2



Utilizando la función desarrollada en el lab1 no se logra detectar periodicidad debido al inicio transitorio no periódico de la salida de ambos sistemas.

Implementación de las funciones y1 e y2 considerando el intervalo -



Salida y1

En este caso se detecta periodicidad en la salida y1. Sabemos que la frecuencia de muestreo es de 1000Hz con lo cual el periodo de muestreo es 1ms. La función detecta una periodicidad de 50 muestras sin embargo en la gráfica se observa que entran 3 periodos de la señal en ese numero de muestras, con lo cual podemos intuir que el periodo real de la señal es 50/3 = 16.667 muestras. Si multiplicamos este número con el periodo de muestreo y calculamos la inversa de este resultado obtenemos la frecuencia de la señal en Hz.

La frecuencia de la señal de salida es igual al de una de las componentes de la señal de entrada. El sistema y1 esta actuando como filtro pasa alto cuya atenuación para la señal de 60Hz es prácticamente nula, ya que su amplitud se mantiene en 1.

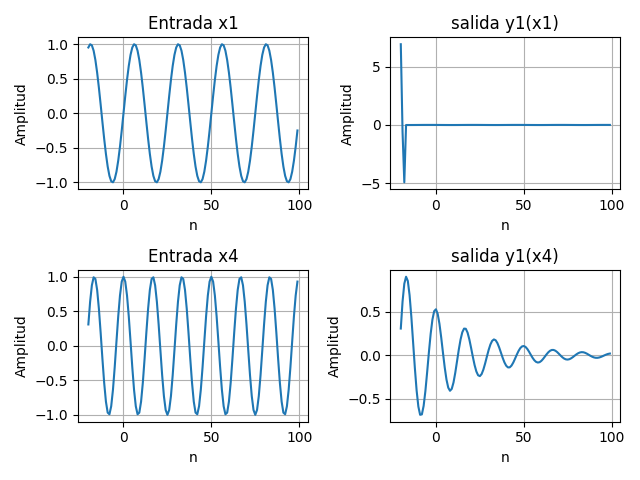
Salida y2

La función diseñada en el lab1 no logra detectar periodicidad en el intervalo ya que todavía se presentan irregularidades al principio de la señal. Sería oportuno poder programar una mejor tolerancia de la función ante la presencia de irregularidades para determinar el periodo. Sin embargo, observando la gráfica podemos ver que se manifiesta una señal periódica y que aparentemente tiene un periodo de 25 muestras. Haciendo el mismo calculo anterior:

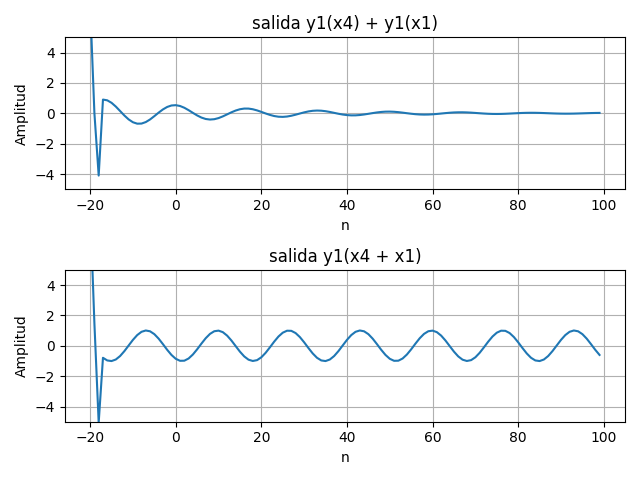
La frecuencia de salida es igual a la componente de baja frecuencia de la señal de entrada. Entonces el sistema y2 esta actuando como filtro pasa bajo cuya atenuación también es insignificante.

Linealidad:

Comprobamos que el sistema es lineal calculando la salida y1 de ambas componentes de la señal x7 por separado y luego sumando sus salidas. El resultado de esto debe ser el mismo que el obtenido en el inciso anterior (la salida y1 aplicando la entrada x7)



La salida al aplicar la entrada x1 de 40Hz se ve atenuada inmediatamente. En cambio, la salida al aplicar x4 de 60Hz es atenuada, pero en menor medida ya que actúa como filtro pasa alto.



Se observan similitudes en la señal, pero en el primer caso donde se obtienen las salidas de cada componente por separado y luego se las suma, la señal se atenúa casi completamente con el tiempo. Teóricamente esto no debería ocurrir y quizás haya un problema con la precisión de los cálculos en punto flotante y el hecho de que dígitos de muy pequeña magnitud se podrían estar perdiendo con lo cual se pierde su contribución para la amplitud de la señal.